

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер D8252213

1. Пусть непустое квадратичное многообразие в вещественном n -мерном пространстве арифметических векторов с естественным скалярным произведением задано уравнением $(Ax, x) + 2(b, x) + c = 0$. Докажите, что оно является центрально симметричным в том и только том случае, когда система $Az + b = 0$ имеет решение, и при этом множество центров симметрии совпадает с множеством решений этой системы.
2. Докажите, что сумма линейных подпространств является подпространством.
3. Докажите, что поле $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{5})$ можно рассматривать как линейное пространство над полем $\mathbb{Q}$. Найдите его размерность.
4. Докажите, что множество всех подстановок степени 4, которые представляются произведением пары независимых транспозиций, при добавлении к ним единичной подстановки будет нормальной подгруппой знакопеременной группы A_4 (группы всех четных подстановок степени 4).